

基于关键链法的项目进度管理模型研究

孔凡文¹,姜美月¹,苏永玲²

(1. 沈阳建筑大学管理学院,辽宁 沈阳 110168;2. 中共辽宁省委党校工商管理教研部,辽宁 沈阳 110004)

摘 要:在充分考虑约束条件对工程进度的影响的条件下,构建了基于关键链法的项目进度管理模型(包括工期估计、关键链识别、缓冲区设置等步骤),通过控制关键链、避免资源并行分配等措施,实现了资源的合理应用,进而在有限的资源条件下保证项目顺利完成。在缓冲区设置过程中,选择主成分分析法来设置汇入缓冲,使缓冲区的设置更加科学合理、贴合项目实际;并通过算例分析证明,运用关键链法管理项目进度可以更好地完善实际的进度计划安排、缩减工期、合理利用资源。

关键词:关键链;进度管理;启发式算法;主成分分析法

中图分类号:TU12 **文献标志码:**A

项目进度管理是现代项目的核心目标之一,而关键链法是由物理学家 Goldratt 提出,在实际项目中结合约束理论的一种进度管理方法^[1]。笔者将目前国内外学者针对关键链法的研究成果作为理论支撑,结合具体算例,考虑项目中可能出现的工期紧张和资源约束等具有不确定性的问题,并以此为前提进行分析探讨,通过控制关键链、设置缓冲区、避免资源并行分配等措施,在有限的资源条件下保证项目建设顺利完成,降低不确定因素对项目的影 响,使项目在实际的施工过程中减少工期拖延的风险,按时完成目标。

一、基于关键链法的项目进度管理模型构建

关键链法证明了影响项目工期的是关键链,通过在关键链与非关键链上设置不同的缓冲区,处理项目实际施工过程中可能遇到的不确定性问题,既能保证施工工期,又能合

理利用资源。笔者从工期估计、关键链识别和缓冲区设置 3 个方面入手,构建相关模型。

1. 工期估计

项目具体实施过程中,各工序持续时间的长短通常是根据经验估计出来的,而不是由具体算式求得的。项目进度计划制定者按照传统进度管理方法,为工序设定安全时间,减少不确定性因素影响。安全时间主要的影响因素包括环境因素、资源因素、技术因素、人为因素和风险因素,笔者采用最乐观值法^[2]计算安全时间。

假设项目实施过程中某道工序最乐观值为 a 、最可能值为 b 、最悲观值为 c ,服从正态分布,设项目的期望工期值为 $t = \frac{(a + 4b + c)}{6}$ 。在传统进度管理过程中,计划制定者以工期期望值为工序的工期估计值,而期望值中已经存在了安全时间,所以为了消除工期期望值中的安全时间所带来的不确

定性因素影响,确保项目按照理想状态实施,选用最乐观值法为计算方法,即在考虑项目服从正态分布的前提下,将工序的工期期望值与最乐观值的差作为任务的安全时间来编制项目实际进度计划^[3]。

2. 关键链识别

关键链法以考虑工期和资源约束为前提制定进度计划,通过合理估计工期来设定每一道工序的持续时间,将产生最长持续时间的工序链称为关键链。

首先,要识别关键线路。关键线路指双代号网络图中持续时间最长的线路;其次,利用启发式算法来解决资源约束的问题,依据各工序的时间参数、资源需求数量等确定资源使用紧前紧后关系^[4];最后,将资源优化结果设定在一个可行区间内,以优先顺序和需求量的多少为优先法则进行排列,具体步骤如下。

- S1:计算各工序时间参数;
- S2:根据资源供应量制定资源分配计划;
- S3:从起始工序开始,判断该工序在时间范围 $[t, t + 1]$ ($t = 0, 1, \cdots$) 内的资源供应量 R 能否满足资源需求量 r ,若满足则执行 S4,不满足则执行 S5;
- S4:若在执行时间范围内出现允许同时进行的工序,则按照工序优先原则执行;若本次时间范围内出现资源分配不足的情况,未分配到资源的工序则选择在下一时间范围内执行;
- S5:若执行时间累加值小于等于预估工期,则返回 S3 继续执行;若超出预估工期,则执行 S6;
- S6:输出资源调配方案。

按照上述步骤执行,将得到项目的新逻辑关系,再通过对应时间参数变化找到持续时间最长的线路,即为关键链。

3. 缓冲区设置

设置缓冲区时,选择项目缓冲区(PB)和汇入缓冲区(FB)来部署,其中,项目缓冲区设置在项目关键链结尾,能够保证项目按时完

成;汇入缓冲区设置在关键链和非关键链的交接位置,即使在非关键链上出现不确定性因素而影响工期,也能保证项目的顺利进行^[5]。

首先,利用跟方差法求解项目缓冲,即

$$PB = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}$$
,而在汇入缓冲区具体设置

上选择主成分分析法,将多个指标进行降维,使其转化为少数几个主要成分,每个主要成分都能反映原始变量的相关信息属性^[6]。项目进度计划制定者将可能对工序持续时间产生影响的不同因素作为主成分分析法的指标。在设置汇入缓冲时根据三点估算法计算各工序的持续时间 $t = \frac{(a + 4b + c)}{6}$;再将项目实施过程中可能对工期造成影响的各项因素进行分类整理,得到资源约束程度、工序复杂程度等影响因素(见表 1),再对其进行量化,找出主成分^[7]。

表 1 各工序的影响因素

序号	影响因素类型	各因素对工序的影响
1	资源约束程 α	资源约束越大,缓冲设置越大
2	工序复杂程度 β	工序复杂程度越高,缓冲设置越大
3	不确定性系数 k	不确定性系数越小,缓冲设置越小
4	工序持续时间比例 P	工序的持续时间在整条链路中占的比例 P 越大,缓冲设置越大
5	管理者的风险偏好 μ	若管理者偏低风险下选择较大的缓冲时,缓冲设置越大
6	位置系数 γ	工序离链路的开始时间越近, γ 值越小,缓冲设置越小

已知样本的原始数据为 $(x_{ij})_{n \times m}$,则 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_3)^T$,即

$$X = (x_{ij})_{n \times m} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

将 y_i 定义为 m 个特征变量具有主成分特征的向量($i = 1, 2, \cdots, q$ 且 $q \leq m$), a 为矩阵中的系数,则

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_m \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_m \\ \vdots \\ y_q = a_{q1}x_1 + a_{q2}x_2 + \cdots + a_{qm}x_m \end{cases}$$

公式变形为

$D[y_1] = D(a^T X)$

$$\begin{cases} va_1 = \lambda a_1 \\ a_1^T a_1 = 1 \end{cases}$$

$Dy_1 = \lambda, |v - \lambda I| = 0$

根据组合公式求出最大特征向量 v , 作为第一主成分, 以此类推, 求出其他主成分; 求出 λ_i 由大到小排序, 得到: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_q \geq 0$ 。

第 i 个主成分的贡献率为

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^q \lambda_i} \times 100\%$$

前 k 个主成分的贡献率为

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^q \lambda_i} \times 100\%$$

取其累加数值为 85% 及以上的主成分, $k \leq q$ 。

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_m \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_m \\ \vdots \\ y_k = a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{km}x_m \end{cases}$$

表 2 各工序的名称及其前后逻辑关系和持续时间

工序名称	紧前工序	紧后工序	资源需用量/个	最乐观时间/d	最可能时间/d	最悲观时间/d	期望周期/d
A	—	BC	12	11	12	14	12
B	A	F	11	21	24	26	24
C	A	DE	8	4	6	8	6
D	C	G	6	7	10	11	10
E	C	H	12	35	40	42	39
F	B	G	10	25	28	30	28
G	F	I	10	15	16	18	16
H	E	I	8	10	12	13	12
I	GH	无	2	3	4	5	4

在本项目中, 根据时间参数可以计算出, 该项目的关键路径就是 A - B - F - G - I, 周期为 84 周(见图 1)。

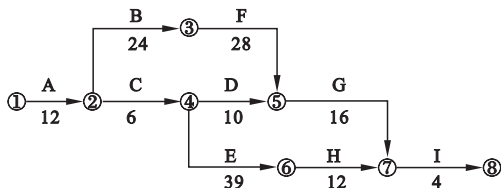


图 1 算例双代号网络图

直接把影响因素作为输入变量进行计算

$$y_j = 1 / \sum_{i=1}^k \lambda_i (\lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \cdots + \lambda_k y_k)$$

汇入缓冲设置的具体步骤为: ①根据双代号网络图确定关键路线; ②根据工期估计和资源约束识别关键链; ③计算项目缓冲 FB; ④利用主成分分析法得到主成分, 将非关键链上的各工序变量代入, 求出主成分的值 $M_i = \frac{y_i}{\sum_{j=1}^n y_j}$, 并以此设置各项工序的缓冲

分配量 $\Delta B_i = FB \times M_i$; ⑤计算非关键链上各工序的自由时差, 将其与缓冲分配量进行对比, 将较小的作为工序 i 最后的缓冲分配量 FB 。

按照上述步骤计算出缓冲大小后, 设于线路内的相应位置, 保证项目顺利进行^[8]。

二、算例分析

1. 项目算例介绍

算例项目共分为共分为 9 个工序, 依次命名为 A - I, 且各工序受到单一资源的约束且资源种类相同, 供应量为固定值, 而各工序的名称及其前后逻辑关系和持续时间的具体数值如表 2 所示。

2. 各工序安全时间计算

将工序最乐观值作为持续时间, 将工序期望值作为原始工期, 进而消除多余的安全时间(见表 3)。

表 3 各工序最乐观时间、期望周期、安全时间

工序	A	B	C	D	E	F	G	H	I
最乐观时间	11	21	4	7	35	25	15	10	3
期望周期	12	24	6	10	39	28	16	12	4
安全时间	1	3	2	3	4	3	1	2	1

3. 缓冲区设置

将项目缓冲设置在关键链的末端。汇入缓冲 FB_1 设置在工序 G 与工序 D 的接驳处, 汇入缓冲 FB_2 设置在工序 H 和工序 I 接驳处。

首先, 利用根方差法求出项目缓冲, 并把项目缓冲放在链路的最末端。

$$PB_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2} = \sqrt{21} = 4.6$$

其次, 计算汇入缓冲, 将缓冲分配量与自由时差相比较, 取较小值, 因而要先计算各工序影响因素的量化值。

选择输入变量为表 3 中影响因素的量化值, 建立主成分分析模型

$$\begin{cases} y_1 = -1.24x_1 - 1.07x_2 - 0.18x_3 + 0.19x_4 - 0.5x_5 + 0.52x_6 \\ y_2 = -0.69x_1 + 0.18x_2 + 0.75x_3 - 1.71x_4 + 0.19x_5 + 0.15x_6 \\ y_3 = -2.08x_1 + 0.55x_2 - 0.82x_3 + 0.61x_4 + 0.37x_5 + 0.42x_6 \\ y_4 = -0.63x_1 - 0.59x_2 - 1.20x_3 - 0.26x_4 - 0.01x_5 - 1.00x_6 \\ y_5 = 2.23x_1 - 0.78x_2 - 0.58x_3 + 0.13x_4 - 0.02x_5 - 0.04x_6 \\ y_6 = 1.94x_1 - 0.92x_2 + 0.17x_3 + 0.08x_4 + 0.23x_5 + 0.43x_6 \end{cases}$$

通过计算, 得到特征变量值: $\lambda_1 = 1.81$, $\lambda_2 = 1.21$, $\lambda_3 = 0.72$, $\lambda_4 = 0.45$ 。可以明显看出, 主成分作用的大小顺序依次为 $y_1 > y_2 > y_3 > y_4$ 。此时, 各主成分的方差贡献率如图 2 所示。

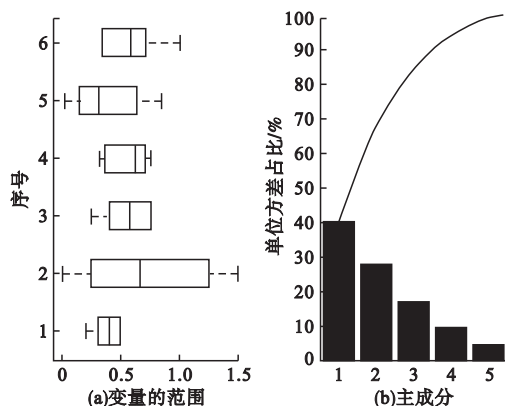


图 2 各主成分的方差贡献

取方差贡献率累计值大于等于 85% 的主成分, 选取前 3 项主成分, 将各影响因素的值作为输入变量, 分别代入公式, 计算缓冲分配比例, 进而计算缓冲大小^[9]。

工序 C:

$$\begin{cases} y_1 = -1.24 \times \frac{8}{18} - 1.07 \times \frac{1}{3} + 0.18 \times \frac{1}{3} + \\ 0.19 \times \frac{3}{14} - 0.5 \times \frac{3}{4} + 0.52 \times \frac{10}{84} = -1.25 \\ y_2 = -0.69 \times \frac{8}{18} + 0.18 \times \frac{1}{3} + 0.75 \times \frac{1}{3} - \\ 1.71 \times \frac{3}{14} - 0.19 \times \frac{3}{4} + 0.15 \times \frac{10}{84} = -0.21 \\ y_3 = -2.08 \times \frac{8}{18} - 0.82 \times \frac{1}{3} + 0.18 \times \frac{1}{3} + \\ 0.61 \times \frac{3}{14} + 0.37 \times \frac{3}{4} + 0.42 \times \frac{10}{84} = -0.55 \end{cases}$$

同理, 可得工序 D 的值为

$$\begin{cases} y_1 = -1.31 \\ y_2 = -0.08 \\ y_3 = -0.36 \end{cases}$$

非关键链上缓冲的总量为

$$PB_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2} = \sqrt{13} = 3.61$$

各非关键工序的缓冲分配比例为

$$M_C = 0.64, M_D = 0.36$$

根据非关键链上工序 C、D 的缓冲分配比例计算各工序的缓冲分配量。

$$\text{工序 C: } \Delta B_C = 3.61 \times 0.64 = 2.31$$

$$\text{工序 D: } \Delta B_D = 3.61 \times 0.36 = 1.30$$

经比较工序 C、D 的自由时差分别为 10、36, 均大于计算出的缓冲值。

$$FB_C = 2.31, FB_D = 1.30$$

$$FB_E = 2.86, FB_H = 1.61$$

重新调整进度计划后, 得到新的关键链 A-B-F-G-I-PB, 经过计算, $T = 76.9$ 周, 与传统进度管理方法进行对比, 发现工期由原来的 84 周调整到现在的 76.9 周, 共计节省 7.1 周, 证明了使用关键链法管理项目进度较传统进度管理方法, 能够合理安排资源调度、科学制定项目进度计划、节约工期, 在建筑企业实际施工中具有现实意义^[10]。

三、结 论

(1) 运用关键链法管理项目进度能够减少项目资源冲突问题, 科学合理调整资源分

配,实现符合项目实际情况的资源调度。

(2)在实现资源合理分配的基础上,运用关键链法可以改进现有的进度计划,从而保证项目按时完成,进而提升项目的整体效益,增强市场竞争力,有助于建筑企业发展。

(3)关键链法的核心步骤是设置缓冲区,旨在降低不确定性因素给项目工期带来的影响,而面对实际项目中可能存在的成本约束、技术约束的问题,缓冲区设置还需要结合实际目标进一步探究。

参考文献:

[1] 李万庆,孟文清. 工程网络计划技术[M]. 北京:科学出版社,2009.
[2] 马国丰. 关键链项目进度管理[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2014.
[3] 曹小琳,曾金凤. 基于 PCA 的关键链项目管理汇入缓冲设置研究[J]. 建筑经济,2011(12): 25-28.

[4] 别黎,崔南方,赵雁,等. 关键链多项目调度中分散式能力约束缓冲设置法[J]. 管理工程学报,2013,27(2):148-153.
[5] 王艺,崔南方. 接驳缓冲设置中的独立时差策略[J]. 工业工程,2015,18(2):127-132.
[6] 邓斌. 基于关键链技术的项目进度管理体系[J]. 财贸研究,2016,25(4):15-18.
[7] 张静文,刘耕涛. 鲁棒性视角下的关键链项目调度新方法[J]. 运筹与管理,2015,24(3): 197-204.
[8] 崔南方,赵雁,胡雪君,等. 关键链断裂情况下的缓冲设置方法比较研究[J]. 运筹与管理,2016,25(3):255-260.
[9] 张静文,乔传卓,刘耕涛. 基于鲁棒性的关键链二次资源冲突消除策略[J]. 管理科学学报,2017,20(3):105-118.
[10] 别黎,崔南方,田文迪,等. 基于活动敏感性的动态缓冲监控方法研究[J]. 中国管理科学,2018,22(10):113-121.

Research on Project Schedule Management Model
Based on Critical Chain Method

KONG Fanwen¹,JIANG Meiyue¹,SU Yongling²

(1. School of Management, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China; 2. Teaching and Research Department of Business Administration, Party School of Liaoning Provincial Party Committee, Shenyang 110004, China)

Abstract: Under the condition of fully considering the influence of constraints on the project progress, a project progress management model based on the critical chain method(including the steps of duration estimation, critical chain identification, buffer setting, etc.) is constructed. By controlling the critical chain and avoiding the parallel allocation of resources, the reasonable application of resources is realized, and then the project can be successfully completed under the limited resources. In the process of buffer setting, the principal component analysis method is chosen to set the import buffer, so that the buffer setting is more scientific and reasonable, in line with the actual situation of the project; and through case analysis, it is proved that the key chain method can better improve the actual schedule, reduce the construction period, and make rational use of resources.

Key words: key chain; schedule management; heuristic algorithm; principal component analysis
(责任编辑:郝 雪 英文审校:林 昊)