文章编号:1673-1387(2017)04-0394-05 doi:10.11717/j.issn.1673-1387.2017.04.12

基于多元-灰色马尔科夫模型的商品住房套型面积结构研究

张沈生,任姗姗,周 林

(沈阳建筑大学管理学院,辽宁 沈阳 110168)

摘 要:划分了商品住房套型面积区间,分析商品住房套型面积结构影响因素,运用相关性分析和灰色关联度分析方法构建了商品住房套型面积结构影响因素指标体系,将多元回归模型、灰色GM(1,1)模型和马尔科夫模型三者结合,建立了多元-灰色马尔科夫模型。基于沈阳市的商品住房现状,对其商品住房套型面积结构进行了分析,为政府制定规划和企业开发提出了建议。

关键词:多元回归;灰色马尔科夫模型;商品住房;套型面积

中图分类号:F222.1 **文献标志码:**A

随着房地产业的不断发展,除了居住环境、设施等因素,人们在购房时开始更加关注住房的套型面积。经济的迅速发展,人均住房面积的快速增长,以及消费者对商品住房套型面积需求的改变,促使了商品住房套型面积结构发生了较大变化。而这种变化是否有一定的规律、是怎么变化的以及未来会如何变化尚未可知。因此,笔者构建了多元-灰色马尔科夫模型对商品住房套型面积结构进行研究,并通过实例进行分析,希望更加准确地掌握商品住房套型面积结构变化的规律,以弥补关于商品住房套型面积结构研究领域的空白,有助于形成对未来商品住房套型面积结构的合理预期,为住房市场健康发展提供理论支持,对政府、企业、消费者均具有很深远的意义。

一、商品住房套型面积内涵及区间划分

1.商品住房套型面积的内涵

商品住房套型是指不同类型的成套居住空间,商品住房套型面积是指由商品住房套内建筑面积和分摊的共有建筑面积。

2.商品住房套型面积区间划分

关于商品住房套型面积的区间划分目前尚无统一的标准,主流的划分方式有3种:按卧室数量划分、主要房间功能划分以及根据经济条件和居住舒适性划分。此外,国家契税收取对房屋面积也有规定,不同面积缴费比例也不一样[1-2]。通过查阅大量基础资料并参照国家契税收取的相关规定,考虑普通住宅与非普通住宅关于面积上的差异,并结合上述主流划分方式及其相对应的面积,笔者将商品住房套型面积划分为4个区间,分别为90 m^2以下(含90 m^2)、90~140 m^2(含140 m^2)、140~180 m^2(含180 m^2)及180 m^2以上。

二、商品住房套型面积结构影响因素指标体系构建

1.影响因素指标分析

基于商品住房套型相关理论,并根据不

收稿日期:2017-04-26
基金项目:辽宁省社会科学规划基金项目(L13DGL053)
作者简介:张沈生(1957—),男,山东莱州人,教授。

同影响因素的自身特点，按照科学合理性、独立性、简化性和可能性原则选取定量影响因素指标[3]，选取的结果为 GDP、人均 GDP、人均可支配收入、恩格尔系数、商品住房均价、土地出让面积、家庭人口数、人口密度、城镇化率和人均住房面积。

2. 指标体系构建

将定量选取的影响因素指标 GDP、人均 GDP、人均可支配收入、恩格尔系数、商品住房均价、土地出让面积、家庭人口数、人口密度、城镇化率和人均住房面积进行相关性分析，确定为初选指标。在初选指标基础上再进行灰色关联度分析，最终确定商品住房套型面积结构影响因素指标体系。

（1）相关性分析。运用 Excel 对影响因素指标数据进行处理，得到相关性系数 r 的数值，选取 r 的绝对值大于 0.6 的指标作为初选因素指标进入灰色关联度分析。

（2）灰色关联度分析

①灰色关联度分析的基本原理

灰色关联度分析是通过分析每个自变量与因变量的变化趋势来判断自变量的变化对因变量变化产生的影响，即贡献度的大小。

②灰色关联分析的一般步骤[4－7]

a. 根据实际情况，选取指标序列，得到初始数据序列；

b. 原始指标序列初值化：$X'_i = \dfrac{x_i}{x_i(1)} = (x_i(1), x_i(2), \cdots, x_i(n))$，$i=1,2,\cdots,m$；

c. 求差序列：$\Delta_i(k) = |x_0{}'(k) - x_i{}'(k)|$，$\Delta_i = (\Delta_i(1), \Delta_i(2), \cdots, \Delta_i(n))$，$i=1,2,\cdots,m$；

d. 求两极序列的最大差和最小差：$M = \max\max\Delta_i(k)$，$m = \min\min\Delta_i(k)$；

e. 求关联度系数：$\gamma_{0i}(k) = \dfrac{m+\xi M}{\Delta_1(k)+\xi M}$，$k=1,2,\cdots,n$；$i=1,2,\cdots,m$；其中，$\xi \in [0,1]$为分辨系数，一般按照最少信息原理取为 0.5；

f. 计算灰色关联度：$\gamma_{0i} = \dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma_{0i}(k)$，$i=1,2,\cdots,m$；

g. 根据具体情况选取相关程度较高的指标作为主要指标，进入后面的模型计算，而贡献度较小的不进入后面模型的计算。

三、多元－灰色马尔科夫模型建立

1. 多元回归模型

设研究的随机变量 y 受多个一般变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的影响，且假定随机变量 y 与一般变量呈线性关系，则可建立多元线性回归模型[7]：

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_n x_n + \varepsilon$$

使用 SPSS 统计分析软件作多重回归分析，再选用逐步法对多元回归模型进行回归分析，并对结果进行相关性、显著性等检验。

2. GM(1,1) 模型

（1）设定原始数据。$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n)\}$，$x^{(0)}(i) > 0$，$i=1,2,\cdots,n$。

（2）对 $X^{(0)}$ 作 1 阶累加处理。$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)\}$，$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i)$，$k=1,2,\cdots,n$。

（3）对 $X^{(1)}$ 作紧邻均值生成。$Z^{(1)} = \{Z^{(1)}(2), Z^{(1)}(3), \cdots, Z^{(1)}(n)\}$，其中，

$$Z^{(1)}(k) = \frac{[x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)]}{2}, k=2,3,\cdots,n。$$

（4）建立 GM(1,1) 模型。对应的白化微分方程为：$\dfrac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$，$\hat{\boldsymbol{a}} = [a,b]^{T}$，通过最小二乘法求出：$\hat{\boldsymbol{a}} = [\boldsymbol{B}^{T}, \boldsymbol{B}]^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{Y}_n = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 其中，$\boldsymbol{Y}_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$。

（5）求解与还原。时间响应序列为：

$\hat{x}^{(1)}(k) = (x^{(1)}(1) - \dfrac{b}{a})e^{-a(k-1)} + \dfrac{b}{a}$，$k=2,3,\cdots,n,n+1$，累减生成还原序列：$\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(2), \hat{x}^{(0)}(3), \hat{x}^{(0)}(4), \cdots, \hat{x}^{(0)}(k))$。

3. 马尔科夫模型

(1)状态划分。由灰色理论的原始序列测算值 $Y(k)=\hat{x}^{(0)}(k+1)$,每一状态可记为 $[Y(k)+\theta_i, Y(k)+\theta_{i+1}]$,$\theta_i,\theta_{i+1}$ 为常数,根据实际情况确定。

(2)计算状态转移概率矩阵。状态转移概率 $P_{ij}(k)=\dfrac{M_{ij}(k)}{M_i}, i,j=1,2,\cdots,m$,$M_i$ 为处于状态 E_i 的样本数,M_{ij} 为状态 E_i 经过k 次转向状态 E_j 的样本数。P_{ij} 反映了系统内各状态之间的转移规律。转移概率矩阵为:

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{m})=\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{pmatrix}。$$

(3)确定测算值。观察转移矩阵$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{m})$和测算对象的最大转移概率,测算对象最有可能的值为:$\bar{Y}(k)=Y(k)+\dfrac{1}{2}(\theta_k+\theta_{k+1})$。

4. 模型检验

构建的多元-灰色马尔科夫模型的精度如何对其进行检验,笔者分别采用残差检验、关联度检验及后验差检验方法对模型的精度进行检验,然后对测算出的结果进行相应的残差、关联度、方差比及小误差概率检验[8-10]。

四、实例分析

笔者对2007—2015年沈阳市商品住房权属登记备案的4 409个项目,共计862 392个商品住房的相关信息进行统计,按照划分的套型面积区间进行数据的整理,并对沈阳市2007—2015年商品住房套型面积结构影响因素指标的相关数据进行统计如表1所示。

表1 2007—2015年沈阳市商品住房套型面积结构影响因素指标数据表

年份	GDP(X_1)/亿元	人均GDP(X_2)/元	人均可支配收入(X_3)/元	恩格尔系数(X_4)/%	商品住房均价(X_5)/元	土地出让面积(X_6)/hm²	家庭人口数(X_7)/人	人口密度(X_8)/(人·km²)	城镇化率(X_9)/%	人均住房面积(X_{10})/m²
2007	3 159.69	40 896	14 607	34.88	3 382	388	2.7	547	71.13	25.01
2008	3 780.87	48 230	17 013	34.53	3 430	362	2.75	554	71.34	26.93
2009	4 268.51	53 794	18 475	35.66	3 996	2 894	2.81	557	75.9	29.16
2010	5 017.54	62 357	20 541	31.55	5 096	3 282	2.8	560	77.07	30.16
2011	5 915.71	72 648	23 326	32.04	5 843	6 392	2.66	562	78.63	30.29
2012	6 602.59	80 480	26 431	31.93	6 387	3 114	2.81	564	79.82	30.5
2013	6 768.12	82 112	29 074	30.52	6 889	2 577	2.55	565	80.21	31.22
2014	7 098.70	85 816	31 720	31.56	6 814	2 237	2.54	568	83.02	31.7
2015	7 280.49	87 854	36 664	28.7	6 879	1 047	2.59	571	84.5	31.9

1. 影响因素指标确定

通过相关性及灰色关联度分析,最终确定了沈阳市商品住房套型面积结构影响因素指标如表2所示。

表2 沈阳市商品住房套型面积结构影响指标表

面积区间/m²	影响因素指标
≤90	X_1、X_2、X_3、X_5
(90,140]	X_3、X_4、X_5、X_8、X_9、X_{10}
(140,180]	X_1、X_2、X_3、X_5、X_8、X_9、X_{10}
>180	X_1、X_2、X_3、X_5、X_{10}

2. 多元线性回归模型建立

(1)多元线性回归模型构建。设90 m²以下套型面积总量与各影响因素之间的多元线性回归模型为:$y_1=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\beta_3x_3+\beta_4x_5+\varepsilon$。其中,$y_1$ 为90 m²以下套型面积总量,x_1、x_2、x_3、x_5 分别为地区生产总值GDP、人均GDP、人均可支配收入、商品住房均价,β_0 为回归常数,β_1、β_2、β_3、β_4 为回归系数,ε 为随机误差。

同理可得90~140 m²、140~180 m²、180 m²以上套型面积总量多元线性回归方程。

(2)多元线性回归方程确定。采用逐步法,SPSS统计分析软件对沈阳市商品住房套型面积总量及其影响因素作多重回归分析[11]。笔者对90 m²以下、90~140 m²、140~180 m²、180 m²以上户型采用逐步法作SPSS回归分析。

3. GM(1,1)模型构建

根据多元线性回归方程计算结果可知,需对人均GDP、人均可支配收入和人均住房面积分别进行GM(1,1)测算,首先对人均

GDP 进行测算。为方便计算,对人均 GDP 单位换算为以万元为单位进行测算。

(1)GM(1,1)模型构建

①设定原始数列

$X_1^{(0)}=\{4.0896,4.8230,5.3794,6.2357,7.2648,8.0480,8.2112,8.5816,8.7854\}$

②对原始数列做 1 阶累加处理

$X_1^{(1)}=\{4.0896,8.9126,14.2920,20.5277,27.7925,35.8405,44.0517,52.6333,61.4187\}$

③对 $X^{(1)}$ 作紧邻均值生成

$Z_1^{(1)}=\{6.5011,11.6023,17.40985,24.1601,31.8165,39.9461,48.3425,57.026\}$

④建立 GM(1,1)模型

对参数列 $\hat{\boldsymbol{a}}=[a,b]^{\mathrm{T}}$ 进行最小二乘估计,得

$$\hat{\boldsymbol{a}}=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}0.000444 & 0.013152\\0.013152 & 0.514293\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-1877.678399\\57.3291\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.079697\\4.788729\end{bmatrix}$$

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}}{\mathrm{d}t}-0.079697x^{(1)}=4.788729$$

⑤求解与还原

得模拟值:

$\hat{X}^{(1)}=\{4.0896,9.4136,15.1793,21.4232,28.1852,35.508,43.4386,52.0269,61.3278\}$

累减生成还原序列:

$\hat{X}^{(0)}=(4.0896,5.3240,5.7657,6.2439,6.7620,7.3228,7.9306,8.5883,9.3009)$

(2)GM(1,1)模型的精度检验

①残差检验。平均相对误差 $\Delta=0.0537$,表示精度一般如表 3 所示,该模型适合。

表 3　误差检验表

实际数据 $x^{(0)}(k)$	模拟数据 $\hat{x}^{(0)}(k)$	残差 $\varepsilon(k)=x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)$	相对误差 $\Delta_k=\frac{\lvert\varepsilon(k)\rvert}{x^{(0)}(k)}$
4.823 0	5.324 0	−0.501 0	0.103 8
5.379 4	5.765 7	−0.386 3	0.071 8
6.235 7	6.243 9	−0.008 2	0.001 3
7.264 8	6.762 0	0.502 8	0.069 2
8.0480	7.322 8	0.725 2	0.090 1
8.211 2	7.930 6	0.280 6	0.034 2
8.581 6	8.588 3	−0.006 7	0.000 8
8.785 4	9.300 9	−0.515 5	0.058 7

②关联度检验。通过关联度分析公式得到 $x^{(0)}(k)$ 与 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 的灰色关联度 $\gamma=0.6214>0.5$,说明该模型符合精度要求。

③后验差检验。原始数据方差 $S_1=1.6488$,$S_2=0.0608$,后验差比值 $c=S_2/S_1=0.0369$,型的精度检验等级为一级。

根据以上检验可知,模型的精度等级良好,可以进行之后的测算。

依据同样的方法测算出人均可支配收入和人均住房面积的模型,则两个测算方程分别为:

$$\hat{x}_5^{(1)}(k+1)=155.811267e^{0.100295k}-141.204267$$

$$\hat{x}_{10}^{(1)}(k+1)=958.131106e^{0.029371k}-933.121106$$

4. 马尔科夫模型测算

先以地区生产总值 GDP 为例进行马尔科夫模型的测算。

(1)状态划分。运用 GM(1,1)模型计算出沈阳市人均 GDP 的测算值,其实际值与测算值及所构成的误差如表 4 所示。

表 4　沈阳市人均 GDP 实际值与测算值分析表

年份	实际值/万元	测算值/万元	绝对残差	状态
2007	4.089 6	4.089 6	0	E_2
2008	4.823 0	5.324 0	−0.501 0	E_1
2009	5.379 4	5.765 7	−0.386 3	E_1
2010	6.235 7	6.243 9	−0.008 2	E_2
2011	7.264 8	6.762 0	0.502 8	E_3
2012	8.048 0	7.322 8	0.725 2	E_3
2013	8.211 2	7.930 6	0.280 6	E_3
2014	8.581 6	8.588 3	−0.006 7	E_2
2015	8.785 4	9.300 9	−0.515 5	E_1

根据计算简便性原则,将绝对残差数据序列划分为 3 个状态,具体结果如表 5 所示。

表 5　残差数据序列状态划分表

状态	状态界限
E_1	(−0.6,−0.2)
E_2	[−0.2,0.2)
E_3	[0.2,0.8)

(2)进行一步概率转移矩阵构建。

(3)计算新的测算值。根据马尔科夫模型得到沈阳市人均 GDP 新的测算值,具体结果如表 6 所示。

对测算出的结果再进行相应的关联度、残差、方差比以及小误差概率检验[11],经检验,关联度$\gamma=0.715$,说明模型精度符合要

表6　沈阳市人均GDP实际值与新测算值表

年份	实际值	新测算值	绝对误差	相对误差
2007	4.089 6	4.089 6	0	0
2008	4.823 0	4.924 0	-0.101 0	0.020 9
2009	5.379 4	5.365 7	0.013 7	0.002 5
2010	6.235 7	6.243 9	-0.008 2	0.001 3
2011	7.264 8	7.262 0	0.002 8	0.000 4
2012	8.048 0	7.822 8	0.225 2	0.028 0
2013	8.211 2	8.430 6	-0.219 4	0.026 7
2014	8.581 6	8.588 3	-0.006 7	0.000 8
2015	8.785 4	8.900 9	-0.115 5	0.013 1

求,残差、方差比以及小误差概率检验均属于一级,说明精度很高。由测算的结果分析,GM(1,1)模型得出测算值的平均相对误差$\Delta_1=0.053\,7$,用灰色马尔科夫模型得出测算值的平均相对误差$\Delta_2=0.011\,7$,相对应的精度等级提升了一级,更进一步说明马尔科夫模型比单一的GM(1,1)模型测算的准确度要高。二者测算数据对比如图1所示。

5. 套型面积测算结果

同理,运用GM(1,1)模型分别对人均GDP、人均住房面积进行灰色GM(1,1)值测算,在灰色GM(1,1)测算值的基础上结合灰色马尔科夫模型分别对人均GDP、人均住房面积作进一步测算,具体结果如表7所示。

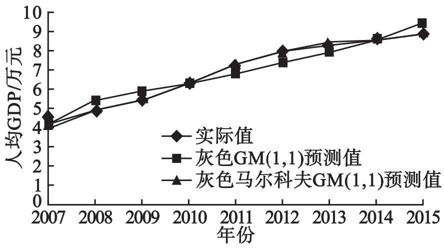

图1　灰色GM(1,1)模型与灰色马尔科夫模型的人均GDP测算对比图

表7　解释变量测算结果

年份	人均GDP/万元		人均可支配收入/千元		人均住房面积/m^2	
	灰色GM(1,1)	灰色马尔科夫GM(1,1)	灰色GM(1,1)	灰色马尔科夫GM(1,1)	灰色GM(1,1)	灰色马尔科夫GM(1,1)
2016	10.072 4	9.672 4	36.669	38.169	36.120	33.370
2017	10.908 0	10.508 0	40.538	44.814	49.542	54.768
2018	11.812 9	11.412 9	44.814	46.314	38.310	35.560
2019	12.792 9	12.392 9	49.542	51.042	39.450	36.700
2020	13.854 2	13.454 2	54.768	56.268	40.630	37.88

将表7解释变量的灰色马尔科夫GM(1,1)测算值分别带入多元线性回归模型中,结果如表8所示。

表8　沈阳市2016—2020商品住房套型面积测算结果

万 m^2

年份	商品住房套型面积结构			
	≤90	(90,140]	(140,180]	>180
2016	434.02	429.87	114.23	97.56
2017	459.09	445.34	123.83	108.53
2018	486.24	462.45	134.29	120.41
2019	515.64	481.36	145.71	133.28
2020	547.48	502.26	158.19	147.26

五、结　论

笔者构建的多元-灰色马尔科夫模型的残差、方差比以及小误差概率检验均属于一级,说明该模型精度很高,具有较强的科学性;同时,该模型也适用于其他城市的商品住房套型面积结构的研究,具有较强的实用性。根据测算结果并结合现有数据可知,沈阳市商品住房套型面积量呈现稳步增长趋势。其中,90 m^2以下处于稳步增长状态,90~140 m^2除个别年份下降外总体处于增长状态,140~180 m^2及180 m^2以上的均呈快速增长趋势。表明随着沈阳市社会经济快速的发展,中小套型面积商品住房发展比较稳定,大套型商品住房增速较大,此模型为政府制定规划,企业开发户型时提出充分和科学的参考依据。

参考文献:

[1]　黄轲,胡振章,张永玲. 商品住房市场模拟预测模型及其应用:以南宁市为例[J]. 当代经济, 2016(13):46-49.

[2]　李婧. 我国城镇家庭适宜住房面积定位研究[D]. 重庆:重庆大学,2007.

(下转第403页)